

## САДРЖАЈ

<b>САДРЖАЈ</b> .....	<b>5</b>
<b>CONTENS</b> .....	<b>13</b>
<b>ОГЛАВЛЕНИЕ</b> .....	<b>21</b>
<b>УВОД</b> .....	<b>29</b>
<b>ГЛАВА I УЛОГА МИСАОНИХ ОПЕРАЦИЈА У ПРОЦЕСУ ФОРМИРАЊА МАТЕМАТИЧКИХ ПОЈМОВА</b> .....	<b>37</b>
1. АПСТРАХОВАЊЕ И КЛАСИФИКОВАЊЕ .....	38
2. РЕДОВИ АПСТРАКТНОСТИ И СЛОЖНОСТИ ПОЈМОВА .....	42
2.1 РЕДОВИ АПСТРАКТНОСТИ .....	42
2.2 РЕДОВИ СЛОЖЕНОСТИ ПОЈМОВА .....	44
3. УЧЕЊЕ МАТЕМАТИЧКИХ ПОЈМОВА .....	46
4. УЧЕЊЕ И ПОДУЧАВАЊЕ .....	48
5. РЕЗИМЕ И ЗАКЉУЧАК .....	49
<b>ГЛАВА II УЛОГА АСИМИЛАТОРСКИХ ШЕМА У ИЗГРАЂИВАЊУ И УЧЕЊУ МАТЕМАТИКЕ</b> .....	<b>51</b>
1. АСИМИЛАТОРСКЕ ШЕМЕ КАО СРЕДСТВА ДАЉЕГ УЧЕЊА .....	52
2. МИСАОНА И МАТЕМАТИЧКА ГЕНЕРАЛИЗАЦИЈА РЕШАВАЊА И РЕШИВОСТИ ЈЕДНАЧИНА ОБЛИКА: $A+X=B, A-X=B, X-A=B, AX=B, X:A=B, A:X=B$ .....	54
3. ГЕНЕРАЛИЗАЦИЈА У ИСТРАЖИВАЊУ, ИЗГРАЂИВАЊУ И УЧЕЊУ МАТЕМАТИЧКИХ СТРУКТУРА .....	56
4. РЕФЛЕКТИВНА ИНТЕЛИГЕНЦИЈА И КОМУНИКАЦИЈА .....	59
5. АДАПТИВНОСТ И АКОМОДАЦИЈА АСИМИЛАТОРСКИХ ШЕМА .....	61
6. РАЗУМЕВАЊЕ МАТЕМАТИКЕ .....	61
7. МОДЕЛ САМОСТАЛНОГ УЧЕЊА МАТЕМАТИКЕ .....	64
8. МОДЕЛИ УЛОГЕ НАСТАВНИКА У САМОСТАЛНОМ УЧЕЊУ .....	65
9. ПРИМЕНА МИСАОНИХ ОПЕРАЦИЈА И АСИМИЛАТОРСКИХ ШЕМА У ПОЧЕТНОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ, (В. [58]) .....	67
10. РЕЗИМЕ И ЗАКЉУЧАК .....	74

### **ГЛАВА III УЛОГА ДЕДУКЦИЈЕ И ИНДУКЦИЈЕ У ИСТРАЖИВАЊУ, ИЗГРАЂИВАЊУ И УЧЕЊУ МАТЕМАТИКЕ.....77**

1. ЕЛЕМЕНТИ ДЕДУКЦИЈЕ У ШКОЛСКОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ.....	77
2. ДЕДУКТИВНО УВОЂЕЊЕ ПОЈМОВА ПОМОЋУ ДЕФИНИЦИЈА И ТЕОРЕМА, ИЗГРАЂИВАЊЕ И ИСТРАЖИВАЊЕ СТРУКТУРА.....	82
3. ЕЛЕМЕНТИ ДЕДУКЦИЈЕ И ИНДУКЦИЈЕ У НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ У МЛАЂИМ РАЗРЕДИМА ОСНОВНЕ ШКОЛЕ .....	90
4. РЕЗИМЕ И ЗАКЉУЧАК.....	101

### **ГЛАВА IV УЛОГА АНАЛИЗЕ И СИНТЕЗЕ У ИСТРАЖИВАЊУ И УЧЕЊУ МАТЕМАТИКЕ .....103**

1. УОПШТЕ О УЛОЗИ АНАЛИЗЕ И СИНТЕЗЕ У ИСТРАЖИВАЊУ, КРЕИРАЊУ И ДОКАЗИВАЊУ МАТЕМАТИЧКИХ СТАВОВА .....	103
2. УЛОГА АНАЛИЗЕ И СИНТЕЗЕ У РЕШАВАЊУ ПРОБЛЕМСКИХ И КОНСТРУКТИВНИХ ЗАДАТАКА .....	105
3. УЛОГА АНАЛИЗЕ И СИНТЕЗЕ У СТВАРАЊУ МАТЕМАТИЧКИХ СТАВОВА И У ЊИХОВОМ ДОКАЗИВАЊУ .....	107
4. АНАЛИТИЧКО-СИНТЕТИЧКИ ПОСТУПАК НА ПРИМЕРИМА ИЗ ПЛАНИМЕТРИЈЕ И СТЕРЕОМЕТРИЈЕ .....	109
5. АНАЛИЗА И СИНТЕЗА НА ПРИМЕРИМА ИЗ ТРИГОНОМЕТРИЈЕ.....	114
6. АНАЛИТИЧКО-СИНТЕТИЧКИ ПОСТУПАК НА ПРИМЕРИМА ИЗ АНАЛИТИЧКЕ ГЕОМЕТРИЈЕ .....	117
7. ЈОШ О УЛОЗИ АНАЛИЗЕ И СИНТЕЗЕ У ИСТРАЖИВАЊУ И ИЗГРАЂИВАЊУ МАТЕМАТИКЕ.....	121
8. РЕЗИМЕ И ЗАКЉУЧАК.....	123

### **ГЛАВА V ИСТРАЖИВАЊЕ И УЧЕЊЕ МАТЕМАТИКЕ ПОМОЋУ АНАЛОГИЈЕ.....125**

1. УОПШТЕ О УЛОЗИ АНАЛОГИЈЕ У МАТЕМАТИЦИ.....	125
2. ПРИМЕРИ ПРИМЕНЕ АНАЛОГИЈЕ У ОСНОВНОЈ ШКОЛИ.....	127
3. БИНАРНА ОПЕРАЦИЈА И ИСТРАЖИВАЊЕ СТРУКТУРА.....	128
4. АНАЛОГИЈА У ИСТРАЖИВАЊУ МАТЕМАТИЧКИХ СТРУКТУРА.....	129
5. ПРИМЕРИ АНАЛОГИЈЕ У ОСНОВНОЈ И СРЕДЊОЈ ШКОЛИ.....	130
6. УЛОГА АНАЛОГИЈЕ У СТВАРАЊУ И ИСКАЗИВАЊУ НОВИХ ОПШТИЈИХ МАТЕМАТИЧКИХ СТАВОВА.....	133
7. РЕЗИМЕ И ЗАКЉУЧАК.....	135

### **ГЛАВА VI УЛОГА СИМБОЛИКЕ И РЕФЛЕКТИВНЕ ИНТЕЛИГЕНЦИЈЕ У КОМУНИКАЦИЈИ.....137**



1. Увод.....	137
2. КОРИСТИ ОД СПОЈА КОМУНИКАЦИЈЕ И СИМБОЛИКЕ .....	137
3. ЗНАЧАЈ ЗАПИСИВАЊА ЗНАЊА .....	140
4. КОМУНИКАЦИЈА НОВИХ ПОЈМОВА ВОДИ КА КОНСТРУКЦИЈИ СКУПА НОВИХ ИДЕЈА 144	
5. ПРАВЉЕЊЕ ВИШЕСТРУКИХ ОТВОРЕНИХ КЛАСИФИКАЦИЈА ОМОГУЋАВА РЕШАВАЊЕ ВИШЕ РАЗНОРОДНИХ ПРИБЛЕМА .....	146
6. ОДНОС ОБЈАШЊЕЊА И РАЗУМЕВАЊА .....	146
7. ТРИ ФУНКЦИЈЕ РЕФЛЕКТИВНОГ СИСТЕМА ЗА СТВАРАЊЕ МОГУЋНОСТИ МИСАОНЕ АКТИВНОСТИ .....	147
8. ЗАПИС СИМБОЛИМА ПОМАЖЕ ДА СЕ ПОКАЖЕ СТРУКТУРА .....	149
9. ШТА СЕ ПОСТИЖЕ ОСТВАРИВАЊЕМ РУТИНСКИХ МАНИПУЛАЦИЈА ?.....	152
10. ВАЖНА ФУНКЦИЈА СИМБОЛА ЈЕ ОТКРИВАЊЕ ИНФОРМАЦИЈА И РАЗУМЕВАЊЕ ...	153
11. ШТА СЕ ПОДРАЗУМЕВА ПОД ПОЈМОМ КРЕАТИВНЕ МЕНТАЛНЕ АКТИВНОСТИ ? УЛОГА СИМБОЛА У ОВОЈ АКТИВНОСТИ.....	154
12. ЗАКЉУЧАК .....	156

## **ГЛАВА VII РАЗВИЈАЊЕ КОМУНИКАЦИОНИХ КОМПЕТЕНТНОСТИ НАСТАВНИКА И УЧЕНИКА И УЛОГА СИМБОЛИКЕ У ОВОМ ПРОЦЕСУ** .....157

1. УВОДНЕ НАПОМЕНЕ .....	157
2. НЕКЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ КОМУНИКАЦИЈЕ У СТАРОЈ ТРАДИЦИОНАЛНОЈ И САВРЕМЕНОЈ ШКОЛИ И НАСТАВИ .....	157
3. КАКВЕ КОМПЕТЕНЦИЈЕ СУБЈЕКТА ОБРАЗОВАЊА СУ ПОТРЕБНЕ ЗА САВРЕМЕНУ НАСТАВУ И УЧЕЊЕ .....	158
4. КОМУНИКАЦИОНЕ КОМПЕТЕНТНОСТИ НАСТАВНИКА И УЧЕНИКА У НАСТАВИ САМОСТАЛНОГ УЧЕЊА И У ПРОБЛЕМСКОЈ НАСТАВИ МАТЕМАТИКЕ У ОСНОВНОЈ ШКОЛИ .....	159
5. УЛОГА СИМБОЛИКЕ У РАЗВИЈАЊУ КОМУНИКАЦИОНЕ КОМПЕТЕНТНОСТИ У ИЗУЧАВАЊУ И ИСТРАЖИВАЊУ МАТЕМАТИКЕ .....	160

## **ГЛАВА VIII УЛОГА РАЗНИХ ВРСТА ОЧИГЛЕДНОСТИ У УЧЕЊУ И ИСТРАЖИВАЊУ МАТЕМАТИКЕ.....165**

1. УЛОГА СИМБОЛИЧКЕ ОЧИГЛЕДНОСТИ У УЧЕЊУ МАТЕМАТИКЕ .....	165
2. ЗНАЧАЈ И УЛОГА ВИЗУЕЛНИХ И ВЕРБАЛНИХ СИМБОЛА У МАТЕМАТИЦИ.....	165
3. ЗНАЧАЈ ПОДРУШТВЉЕНОГ МИШЉЕЊА .....	168
4. ПРЕДНОСТИ И НЕДОСТАЦИ ВИЗУЕЛНИХ ГЕОМЕТРИЈСКИХ СИМБОЛА .....	169
5. ИМАЈУ ЛИ ПРЕДНОСТИ ВИЗУЕЛНА У ОДНОСУ НА ВЕРБАЛНО – АЛГЕБАРСКА ПРЕЗЕНТОВАЊА ? .....	170
6. ПРЕДНОСТИ СПОЈА ДВА СИСТЕМА: СИНТЕТИЧКОГ (ВИЗУЕЛНОГ) И АНАЛИТИЧКОГ (ВЕРБАЛНО – АЛГЕБАРСКОГ) .....	175
7. РЕЗИМЕ И КОМПАРАЦИЈА ДВА СИСТЕМА.....	177

## **ГЛАВА IX УЛОГА ИНТЕРПЕРСОНАЛНИХ И ЕМОЦИОНАЛНИХ ФАКТОРА У УЧЕЊУ И ИСТРАЖИВАЊУ МАТЕМАТИКЕ .....181**

1. Увод .....	181
2. Шта је критериј валидности у математици? .....	182
3. Шаблонско решавање задатака је ругање интелигенцији .....	183
4. Правила без објашњења су штетна .....	184
5. Две врсте ауторитета професора .....	185
6. Користи од стручне и научне дискусије .....	187
7. Ставови унутар група учења и истраживања математике .....	188
8. Професор као руководилац групе субјеката за учење и истраживање .....	189
9. Веза између бриге и повећане менталне активности .....	190
10. Који су иницијални узроци бриге .....	193
11. Од чега зависи адаптација анксиозности .....	194
12. Улога мотивације за учење и истраживање математике .....	195
13. Значај унутрашње мотивације за учење и истраживање .....	196

## **ГЛАВА X МЕТОДИ ИСТРАЖИВАЊА АЛГЕБАРСКИХ СТРУКТУРА И НАСТАВНИ ПОСТУПЦИ .....199**

Увод.....	199
1. Предмет, циљ, задаци, хипотеза и методологија .....	199
2. Групоидне структуре .....	199
3. Прстеноидне структуре .....	200
4. Примери прстеноидних структура .....	201
5. Подструктуре.....	203
6. Квоцентна или фактор-група.....	204
7. Фактор-прстен (квоцентни прстен).....	204
8. Хомоморфизам (изоморфизам) група .....	204
9. Елементарна и фундаментална својства група .....	205
10. Елементарна својства прстена.....	206
Нека својства асоцијативних и неасоцијативних скоро-прстенова .....	207
Елементарна али и фундаментална својства хомоморфизма .....	208
II Методе истраживања алгебарских структура и аналогни наставни поступци.....	209
2. Метода хомоморфизма и изоморфизма у математици као науци и аналогни наставни поступци.....	210
11. Методе дедукције и индукције у истраживању алгебарских структура и истоимени наставни поступци .....	211
Метода карактеризације алгебарских структура и истоимени наставни поступак.....	213
Уместо закључка .....	215

## **ГЛАВА XI СКУПОВИ .....219**



1. УВОДНЕ НАПОМЕНЕ .....	219
2. ПРЕЛИМИНАРНО О БРОЈУ И БРОЈАЊУ .....	220
3. СКУП, КАО ОСНОВНИ ПОЈАМ У МАТЕМАТИЦИ .....	220
3.1 КАРАКТЕРИСТИЧНО СВОЈСТВО СКУПА .....	221
4. ШТА СЕ ПОДРАЗУМЕВА ПОД ПОЈМОМ РЕЧИ "ТРИ"?	223
5. ЈЕДНАКОБРОЈНИ (ЕКВИПОТЕНТНИ) СКУПОВИ .....	224
6. СТАНДАРДНИ СКУПОВИ И ПОРЕЂЕЊЕ.....	228
6.1. БРОЈАЊЕ .....	229
6.2. БРОЈАЊЕ И АРИТМЕТИКА.....	230
6.3. ДЕЧИЈЕ БРОЈАЊЕ И ЊИХОВИ ПОЈМОВИ БРОЈЕВА .....	231
РЕЗИМЕ .....	232

## **ГЛАВА XII ПРИРОДНИ БРОЈЕВИ .....**234

1. ХИНДУ-АРАПСКИ И РИМСКИ СИСТЕМ ЗАПИСИВАЊА .....	234
2. НУМЕРАЦИЈА – ОЗНАЧАВАЊЕ .....	234
3. САБИРАЊЕ.....	236
4. МНОЖЕЊЕ.....	240
5. ДИСТРИБУТИВНО СВОЈСТВО .....	241
6. ЧЕТИРИ ИЗВОРНА СВОЈСТВА САБИРАЊА .....	243
7. ДЕВЕТ ПОЛАЗНИХ СВОЈСТАВА СТРУКТУРЕ ПРИРОДНИХ БРОЈЕВА .....	245
8. ЕКВИПОТЕНТНОСТ И МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ .....	246
8.5 .МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ .....	250
15. ТРИ ДОМЕНА МИШЉЕЊА .....	253
16. СВОЈСТВА РЕЛАЦИЈЕ ЕКВИВАЛЕНЦИЈЕ.....	254

## **ГЛАВА XIII РАЗЛОМЉЕНИ БРОЈЕВИ. РАЗЛОМЦИ.....**255

1. Увод .....	255
2. РАЗЛОМЦИ, (В.[18],СТР.80-120).....	256
2.1. ЕКВИВАЛЕНЦИЈА РАЗЛОМАКА .....	259
2.2 РАЗЛОМЉЕНИ БРОЈЕВИ – РАЗЛОМЦИ .....	260
2.3. САБИРАЊЕ РАЗЛОМЉЕНИХ БРОЈЕВА .....	260
2.4 МНОЖЕЊЕ РАЗЛОМЉЕНИХ БРОЈЕВА .....	261
3 ПОЛАЗНА ОРИГИНАЛНА СВОЈСТВА СТРУКТУРЕ РАЗЛОМЉЕНИХ БРОЈЕВА .....	264

## **ГЛАВА XIV ПРОШИРЕЊА БРОЈЕВНИХ ШЕМА.....**267

2. ЦЕЛИ БРОЈЕВИ .....	270
2.2 САБИРАЊЕ ЦЕЛИХ БРОЈЕВА .....	271
2.3 МНОЖЕЊЕ ЦЕЛИХ БРОЈЕВА .....	272
2.4. СВОЈСТВА САБИРАЊА ЦЕЛИХ БРОЈЕВА .....	273
2.5. ДЕФИНИЦИЈА МНОЖЕЊА ЦЕЛИХ БРОЈЕВА.....	273

2.6. СВОЈСТВА МНОЖЕЊА ЦЕЛИХ БРОЈЕВА .....	273
3 МЕШАЊЕ ЦЕЛИХ И ПРИРОДНИХ БРОЈЕВА .....	275
4 РАЦИОНАЛНИ БРОЈЕВИ .....	276
5. САБИРАЊЕ И МНОЖЕЊЕ РАЦИОНАЛНИХ БРОЈЕВА.....	277
6. НЕГАТИВНИ ОДНОСИ .....	279
7. РАЦИОНАЛНИ БРОЈЕВИ У РАЗЛОМЉЕНОМ ЗАПИСУ .....	280
8. ОДНОСИ ЗАПИСАНИ КАО ДЕЦИМАЛНИ РАЗЛОМЦИ .....	282
9. РЕАЛНИ БРОЈЕВИ.....	283
9.1. ИРАЦИОНАЛНИ БРОЈЕВИ .....	283
10 САБИРАЊЕ И МНОЖЕЊЕ ИРАЦИОНАЛНИХ БРОЈЕВА .....	287
11. МЕШАЊЕ ИРАЦИОНАЛНИХ И РАЦИОНАЛНИХ БРОЈЕВА.....	290
12. ИРАЦИОНАЛНИ БРОЈЕВИ.....	290
13. РЕЗИМЕ И ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА О БРОЈЕВНИМ И, УОПШТЕ, МАТЕМАТИЧКИМ СТРУКТУРАМА.....	291

## **ГЛАВА XV НЕКЕ КОГНИТИВНЕ ШЕМЕ И МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ ЗА РЕШАВАЊЕ РАЗНОРОДНИХ ПРОБЛЕМА .....**

1. Увод .....	299
2. ИДЕЈЕ ПРОМЕНЉИВЕ (ВАРИЈАБЛЕ).....	299
3. ПОНЕШТО О АЛГЕБРИ .....	300
4. ОПЕРАЦИЈЕ У АЛГЕБРИ .....	305
5. АПСТРАХОВАЊЕ И ОЛИЧАВАЊЕ (ОТЕЛОТВОРЕЊЕ, КОНКРЕТИЗАЦИЈА).....	307
6. САЗНАЈНА ШЕМА РЕШАВАЊА ПРОБЛЕМА .....	309

## **ГЛАВА XVI ПРИДРУЖИВАЊА, ПРЕСЛИКАВАЊА – ФУНКЦИЈЕ .....**

1. Увод .....	315
2. Придруживања.....	315
3. МАТЕМАТИЧКЕ КОРИСНЕ ФУНКЦИЈЕ .....	318
4. ЛОГАРИТМИ .....	324
5. ФУНКЦИЈЕ.....	331
7. ОПЕРАЦИЈЕ СА ФУНКЦИЈАМА.....	334
6. ДИФЕРЕНЦИЈАЦИЈА – ИЗВОДИ.....	337

## **ГЛАВА XVII ПРИНЦИПИ У НАСТАВИ И ИСТАЖИВАЊУ МАТЕМАТИКЕ .....**

### **ПИТАЊА И ПРОБЛЕМИ ЗА ИСТАЖИВАЊА У НАСТАВИ УЧЕЊУ И МАТЕМАТИЦИ КАО НАУЦИ.....**

### **РЕЗИМЕ И ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА.....**

<u>SUMMARY AND FINAL CONSIDERATION.....</u>	<u>353</u>
<u>РЕЗЮМЕ И ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ РАССМОТРЕНИЯ .....</u>	<u>357</u>
<u>ЛИТЕРАТУРА .....</u>	<u>361</u>
<u>ПОЈМОВНИ САДРЖАЈ .....</u>	<u>369</u>