

Predgovor

Ova knjiga predstavlja kratak uvod u teoriju brojeva, a može se reći da je ona i uvod u osnove matematike.

Pojam broja i računanje sa brojevima usko je povezano sa saznanjem čoveka da se u prirodi nalazi sam i da bi opstao mora da razmišlja i da računa. Najpre je to bilo prirodno ponašanje i prilagođavanje uticajima okruženja, kasnije su iskustvom stečeni pojmovi dobijali sve veći stepen apstrakcije, a zatim smišljeno korišćeni u nekoj novoj i nepoznatoj prilici.

Imajući ovo u vidu, a u vezi sa razvojem pojma broja, krenuli smo od skupovnog, pa do aksiomatskog formiranja prirodnih brojeva i, najzad, protumačili prirodne brojeve kao algebarsku strukturu.

Sam početak nije ni malo lak, a išlo se od toga da se krene od najosnovnijih stvari. Koje su to najosnovnije stvari od kojih treba poći u stvaranju pojma broja? Polazna osnova su bili objekti i relacije realnog sveta i naša, koliko god je moguće, objektivna slika toga sveta, ne ulazeći dalje u postojanje ovih objekata i relacija među njima. Stvorivši objekte kao što su prirodni brojevi, a očigledno se samo tako kaže jer su oni već postojali i postoje, mogli smo izgraditi neuporedivo lakše sve ostale brojeve. Za sve ostale objekte, kao što su celi brojevi, racionalni brojevi i drugi, bilo je potrebno samo malo više mašte i strpljenja da se, na osnovu potrebe i zahteva koje ne ispunjava prethodna struktura, uvede nova. Sasvim je jasno, a u početku knjige često se kaže da je skoro sav „materijal“ koji se koristi za izgradnju ostalih brojeva skup prirodnih brojeva. Ostale brojevine strukture uvedene su uglavnom na konstruktivan način. Tako su celi, racionalni i realni brojevi uvedeni preko klasa ekvivalencije elemenata prethodne strukture. Ovakav način zasnivanja celih i racionalnih brojeva išao je dosta jednostavno sve dok se nije naišlo na potrebu zasnivanja realnih brojeva i njihove egzistencije. U knjizi se daje nekoliko načina zasnivanja realnih brojeva i to koristeći Košijeve nizove, Dedekindove preseke, Kantorove nizove umetnutih odsečaka, a i koristeći neke podskupove racionalnih brojeva. U ovim razmatranjima Arhimedova aksioma i Aksioma izbora imaju važnu ulogu. Naročita pažnja posvećena je izomorfности modela navedenih struktura.

Jedan drugi način izražavanja racionalnih i iracionalnih brojeva dat je u obliku verižnih razlomaka. Pitanja vezana za iracionalnost, kako algebarsku, tako i transcendentnu, su veoma teška, pa u ovom kratkom tekstu nismo mogli navesti mnogobrojne važne rezultate.

Sasvim je jasno da se matematičke teorije razvijaju iz potrebe da se reše postojeći problemi u tim teorijama. Ako neki problem nije moguće rešiti u nekoj teoriji, onda se traži neka nova teorija koja sadrži prethodnu, a u kojoj je moguće rešiti probleme koji su nastale u prvoj. Tako je, na primer, nastala potreba za uvođenjem objekata koji nisu realni, a to su kompleksni brojevi, kvaternioni i oktave. Svi ovi objekti nalaze veliku primenu u raznim delovima, ne samo matematike, već u nauci uopšte. Navedimo samo da se iz ideje kompleksnog broja razvila veoma široka oblast, kompleksna analiza, a iz teorije realnih brojeva, realna analiza, koja koristi jedno veoma važno svojstvo realnih brojeva, neprekidnost. Navedene strukture realnih brojeva dale su ideju za uvođenje algebarskih struktura, kao što su: polugrupe, grupe, prsteni, polja, ..., algebre, ... Ne smemo ni pomisliti šta bi bilo od matematike, a i od ostalih nauka, kada bi iz njih uklonili pojam broja. Dakle, bili bi opet na početku, bez mogućnosti da koristimo sve što je do sad stvoreno.

Teorija brojeva razvila se u veoma bogatu matematičku disciplinu. Postoje problemi koji su rešavani stotinama godina, a i mnogi klasični problemi koji još nisu rešeni. Naravno da na sva ova i druga pitanja u ovoj knjizi nismo mogli dati odgovore, pa čitaoca upućujemo na navedenu literaturu na osnovu koje može proširiti svoja znanja iz ove veoma interesantne oblasti.

Sasvim je jasno da se matematička saznanja ne mogu pratiti i savladati uspešno ako se ne poznaju bar elementarni pojmovi iz teorije brojeva, u kojoj se nalaze vrlo duboki pojmovi i ideje za dalje razumevanje matematike. Sa ovim motivom je i napisana ova knjiga, koja daje samo elementaran pregled osnovnih pojmova iz teorije brojeva.

Želim da se sa velikim zadovoljstvom zahvalim recenzentima prof. dr Milanu Taskoviću, prof. dr Veljku Vukoviću i prof. dr Ivanu Arandeloviću na podršci i korisnim savetima. Diskusije sa prof. dr M. Taskovićem i prof. dr V. Vukovićem o shvatanju na prvi pogled očiglednih ali veoma teških pitanja iz oblasti pojmova o brojevima bile su veoma korisne i inspirativne.

Sve primedbe čitalaca ove knjige primiću sa zadovoljstvom. Za sve propuste i greške odgovornost snosim jedino ja.

Ćuprija,
4. avgusta 2010.

Autor